

# CỘNG HƯỞNG TỪ - PHONON TRONG GIẾNG LƯỢNG TỬ THỂ HYPERBOL

LÊ ĐÌNH - TRẦN NHƯ BỘI NGỌC  
Trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế

**Tóm tắt:** Hiệu ứng cộng hưởng từ - phonon và sự dò tìm cộng hưởng từ - phonon bằng quang học trong giếng lượng tử thể hyperbol được khảo sát bằng cách sử dụng phương pháp toán tử chiếu cô lập. Sự phụ thuộc công suất hấp thụ vào năng lượng photon được tính số và vẽ đồ thị. Từ đồ thị của công suất hấp thụ như là hàm của năng lượng photon, chúng tôi thu được độ rộng vạch phổ của đỉnh cộng hưởng bằng phương pháp Profile. Kết quả thu được cho thấy sự xuất hiện các đỉnh cộng hưởng thỏa mãn định luật bảo toàn năng lượng và độ rộng vạch phổ của đỉnh cộng hưởng thay đổi theo nhiệt độ và cường độ từ trường.

**Từ khóa:** cộng hưởng từ - phonon, giếng lượng tử, thể hyperbol, công suất hấp thụ, độ rộng phổ

## 1. MỞ ĐẦU

Hiện tượng cộng hưởng từ - phonon (MPR) được Gurevich và Firsov tiên đoán bằng lý thuyết lần đầu tiên vào năm 1961 [1], được Puri, Geballe và đồng nghiệp quan sát bằng thực nghiệm vào năm 1963 [2]. Nguồn gốc của các hiệu ứng MPR là sự tán xạ cộng hưởng điện tử gây ra bởi sự hấp thụ và phát xạ các phonon khi khoảng cách giữa hai mức Landau bằng năng lượng của phonon quang dọc (LO). Cho đến nay đã có rất nhiều công trình nghiên cứu về hiện tượng này trong bán dẫn thấp chiều với các loại thể giam giữ khác nhau [3, 4, 5, 6, 7]. Tuy nhiên, chưa có công trình nghiên cứu hiện tượng này trong giếng lượng tử thể hyperbol.

Trong bài báo này, chúng tôi nghiên cứu về hiệu ứng cộng hưởng từ - phonon trong giếng lượng tử thể hyperbol, làm rõ bản chất của hiệu ứng dò tìm cộng hưởng từ - phonon bằng quang học (ODMPR). Sự phụ thuộc độ rộng phổ của đỉnh ODMPR vào nhiệt độ và cường độ từ trường cũng được khảo sát bằng phương pháp Profile nhờ phần mềm Mathematica.

## 2. BIỂU THỨC HÀM SUY GIẢM, CÔNG SUẤT HẤP THỤ CỦA GIẾNG LƯỢNG TỬ THỂ HYPERBOL

Xét giếng lượng tử với thể giam giữ dạng [8]:

$$V(x) = D[1 - \sigma \coth(\alpha x)]^2, \quad (1)$$

trong đó  $D, \alpha$  và  $\sigma$  là ba thông số biểu diễn tính chất của thể.

Năng lượng và hàm sóng của electron trong giếng khi từ trường được đặt theo trục  $z$  với chuẩn Landau  $\vec{A} = (0, Bx, 0)$  có dạng [9]:

$$E_\alpha = E_{N_\alpha} + E_{n_\alpha}, \quad (2)$$

trong đó

$$E_{N_\alpha} = (N_\alpha + \frac{1}{2})\hbar\omega_c, \quad N_\alpha = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

$$E_{n_\alpha} = D(1 + \sigma^2) - \left[ \frac{m^*U_1^2}{2\hbar^2(C + n_\alpha\alpha)^2} + \frac{\hbar^2(C + n_\alpha\alpha)^2}{2m^*} \right], \quad (4)$$

với  $U_1 = 2D\sigma$ ,  $C = \frac{\alpha}{2}(1 + \sqrt{1 + \frac{8m^*U_0}{\alpha^2\hbar^2}})$ ,  $m^*$  là khối lượng hiệu dụng của electron.

Để đơn giản ta ký hiệu  $n_\alpha = n$ ,  $N_\alpha = N$ ,  $k_{\alpha y} = k_y$  và  $n_\beta = n'$ ,  $N_\beta = N'$ ,  $k_{\beta y} = k'_y$ , từ đó hàm sóng tương ứng là

$$|\alpha\rangle = |N, n, k_y\rangle = |N, k_y\rangle|n\rangle, \quad (5)$$

trong đó

$$|n\rangle \equiv \psi_n(z) = M(1 - e^{-2\alpha z})^{\delta+1} e^{-2\alpha\beta z} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-n)_n [n + 2(\delta + \beta + 1)]_n e^{-2\alpha n z}}{(2\beta + 1)_n n!}, \quad (6)$$

$$|N, k_y\rangle = \frac{1}{\sqrt{L_y}} \exp(ik_y y) \phi_N \left( x + \frac{k_y}{m\omega_c} \right), \quad (7)$$

với

$$\phi_N(x - X) = \frac{1}{\sqrt{2^N N! r_0 \sqrt{\pi}}} \exp \left[ -\frac{(x - X)^2}{2r_0^2} \right] H_N \left( \frac{x - X}{r_0} \right). \quad (8)$$

Ở đây  $\omega_c = eB/m^*$  là tần số cyclotron có tâm tại  $X \equiv -k_y/(m^*\omega_c)$ ;  $r_0 \equiv (\hbar/eB)^{1/2}$ ;  $H_N(x)$  là đa thức Hermite bậc thứ  $N$ .

Sử dụng phương pháp toán tử chiều cô lập, ta tính được biểu thức độ dẫn từ có dạng:

$$\sigma_{+-}(\bar{\omega}) = -\frac{1}{\hbar\omega_c} \sum_{\alpha} (J_{\alpha}^+)^* \frac{\langle J^+ \rangle_{\alpha}}{i(\bar{\omega} - \omega_c - \Lambda_{\alpha}) + \gamma_{\alpha}(\omega)}, \quad (9)$$

trong đó

$$\Lambda_{\alpha} \equiv \langle L_1 J^+ \rangle_{\alpha} / \langle J^+ \rangle_{\alpha} \quad \text{và} \quad \gamma_{\alpha}(\omega) \equiv -i \langle L_1 G_0(\bar{\omega}) \Delta' L_1 J^+ \rangle_{\alpha} / \langle J^+ \rangle_{\alpha}. \quad (10)$$

Trong giới hạn lượng tử với giả thiết tán xạ phonon yếu, số hạng  $\Lambda_{\alpha}$  có thể bỏ qua khi so sánh với  $\omega_c$ . Biểu thức  $\gamma_{\alpha}(\omega)$  được tính trong trường hợp tương tác electron-phonon quang như sau:

$$\begin{aligned}
 i\gamma_\alpha(\omega) = & \frac{e^2\hbar\omega_q}{4L_y\pi\epsilon} \left( \frac{1}{\chi_\infty} - \frac{1}{\chi_0} \right) \sum_{\substack{N' \neq N+1 \\ n' \neq n}} \int_{-\infty}^{\infty} dq_z F(n, n'; q_z) \int_0^{\infty} dq_\perp \frac{q_\perp^2}{(q_\perp^2 + q_d^2)^2} K(N, N'; \tau) \\
 & \times \{ (1 + N_q - f_{N', n'}) \delta[\mathfrak{E}_1^{(-)}(N, N', n, n')] + (N_q + f_{N', n'}) \delta[\mathfrak{E}_1^{(+)}(N, N', n, n')] \} \\
 & + \frac{e^2\hbar\omega_q}{4L_y\pi\epsilon} \left( \frac{1}{\chi_\infty} - \frac{1}{\chi_0} \right) \sum_{\substack{N' \neq N \\ n' \neq n}} \int_{-\infty}^{\infty} dq_z F(n, n'; q_z) \int_0^{\infty} dq_\perp \frac{q_\perp^2}{(q_\perp^2 + q_d^2)^2} K(N, N'; \tau) \\
 & \times \{ (1 + N_q - f_{N', n'}) \delta[\mathfrak{E}_2^{(+)}(N, N', n, n')] + (N_q + f_{N', n'}) \delta[\mathfrak{E}_2^{(-)}(N, N', n, n')] \}, \tag{11}
 \end{aligned}$$

trong đó

$$K(N, N'; t) = \begin{cases} -\frac{N!}{N'!} t^{(N'-N)} e^{-t} L_N^{(N'-N)}(t) L_{N+1}^{(N'-N+1)}(t) & \text{nếu } N' > N \\ \frac{N'!}{(N+1)!} t^{(N-N'+1)} e^{-t} L_{N'}^{(N-N')}(t) L_{N'}^{(N-N'+1)}(t) & \text{nếu } N' \leq N, \end{cases}$$

với  $L_n^{(m)}$  là đa thức Laguerre liên kết,

$$L_n^{(m)}(t) = (n!)^{-1} e^t t^{-m} \frac{d^n}{dt^n} (e^{-t} t^{m+n}).$$

$$\begin{aligned}
 \delta[\mathfrak{E}_1^{(\pm)}(N, N', N, N')] &= \delta\{\hbar[\omega + (N - N')\omega_c + (E_N - E_{N'})/\hbar \pm \omega_q]\}, \\
 \delta[\mathfrak{E}_2^{(\pm)}(N, N', N, N')] &= \delta\{\hbar[\omega + (N' - N - 1)\omega_c + (E_{N'} - E_N)/\hbar \pm \omega_q]\}. \tag{12}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A &= \int_{-\infty}^{+\infty} F(0, 1; q_z) dq_z = \int_{-\infty}^{+\infty} |Q(0, 1; q_z)|^2 dq_z \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{M^2[1 + 2(\delta + \beta + 1)]}{(2\beta + 1)} \frac{1}{(iq_z - 4\alpha\beta - 2\alpha)} [e^{(iq_z - 4\alpha\beta - 2\alpha)L_z} - 1] \right)^2 dq_z \\
 &= \left( \frac{M^2[1 + 2(\delta + \beta + 1)]}{(2\beta + 1)} \right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(iq_z - 4\alpha\beta - 2\alpha)^2} [e^{(iq_z - 4\alpha\beta - 2\alpha)L_z} - 1]^2 dq_z. \tag{13}
 \end{aligned}$$

$$B = \int_0^{\infty} \frac{q_\perp^2}{(q_\perp^2 + q_d^2)^2} K(N, N'; \tau) dq_\perp = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \frac{\tau K(N, N'; \tau)}{(\tau + q_d^2 r_0^2 / 2)^2} d\tau = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \frac{\tau^2 (\tau - 1) e^{-\tau}}{(\tau + q_d^2 r_0^2 / 2)^2} d\tau. \tag{14}$$

Các hàm Delta trong (12) có thể viết lại như sau:

$$\begin{aligned}
& \sum_{n'=1}^{+\infty} \delta\{\hbar[\omega - \omega_c + (E_n - E_{n'})/\hbar - \omega_q]\} \\
&= \frac{2}{\hbar\omega_c} \sum_{s=1}^{+\infty} \exp(-2\pi s\Gamma_N/\hbar\omega_c) \cos\left[2\pi s\left(\frac{\omega - \omega_q + \frac{E_n - E_{n'}}{\hbar}}{\omega_c}\right)\right]
\end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{n'=1}^{+\infty} \delta\{\hbar[\omega - \omega_c + (E_n - E_{n'})/\hbar + \omega_q]\} \\
&= \frac{2}{\hbar\omega_c} \sum_{s=1}^{+\infty} \exp(-2\pi s\Gamma_N/\hbar\omega_c) \cos\left[2\pi s\left(\frac{\omega + \omega_q + \frac{E_n - E_{n'}}{\hbar}}{\omega_c}\right)\right]
\end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{n'=1}^{+\infty} \delta\{\hbar[\omega + (E_{n'} - E_n)/\hbar + \omega_q]\} \\
&= \frac{2}{(E_{n'} - E_n)} \sum_{s=1}^{+\infty} \exp(-2\pi s\Gamma_N/\hbar\omega_c) \cos\left[2\pi s\left(\frac{-\hbar\omega - \hbar\omega_q}{E_{n'} - E_n}\right)\right]
\end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{n'=1}^{+\infty} \delta\{\hbar[\omega + (E_{n'} - E_n)/\hbar - \omega_q]\} \\
&= \frac{2}{(E_{n_\beta} - E_{n_\alpha})} \sum_{s=1}^{+\infty} \exp(-2\pi s\Gamma_N/\hbar\omega_c) \cos\left[2\pi s\left(\frac{-\hbar\omega + \hbar\omega_q}{E_{n'} - E_n}\right)\right].
\end{aligned} \tag{18}$$

Khi sóng điện từ biến thiên theo thời gian  $\vec{E}(t) = \sum_{k=1}^3 E_{0k} e^{-i\omega t} \vec{e}_k$  đặt vào hệ thì biểu thức của công suất hấp thụ tuyến tính trong mặt phẳng  $(x, y)$  có dạng

$$P(\omega) = \frac{1}{2} E_0^2 \text{Re}[\sigma_{+-}(\omega)] = \frac{E_0^2}{2\hbar\omega} \sum_{\alpha} |j_{\alpha}^+|^2 \frac{(f_{\alpha} - f_{\alpha+1})\gamma_{\alpha}(\omega)}{(\omega - \omega_c)^2 + \gamma_{\alpha}^2(\omega)}, \tag{19}$$

với

$$j_{\alpha}^+ = -ie[2(N_{\alpha} + 1)\hbar\omega_c/m^*]^{1/2} \text{ hay } |j_{\alpha}^+|^2 = 2e^2(N_{\alpha} + 1)\hbar\omega_c/m^*.$$

Biểu thức giải tích của công suất hấp thụ được viết lại thành

$$P(\omega) = \frac{e^2 E_0^2}{m^*} \sum_{\alpha} \frac{(N_{\alpha} + 1)(f_{\alpha} - f_{\alpha+1})\gamma_{\alpha}(\omega)}{(\omega - \omega_c)^2 + \gamma_{\alpha}^2(\omega)}. \tag{20}$$

Thay (11) vào (20), ta được biểu thức tường minh của công suất hấp thụ.

### 3. CỘNG HƯỞNG TỪ - PHONON TRONG GIẾNG LƯỢNG TỬ THỂ HYPERBOL

Điều kiện dò tìm cộng hưởng từ-phonon bằng quang học có dạng

$$(N' - N)\hbar\omega_c = \hbar\omega \pm (E_{n'} - E_n) \pm \hbar\omega_{LO}. \quad (21)$$

Khi điều kiện này được thỏa mãn, electron thực hiện dịch chuyển giữa 2 mức Landau  $N$ ,  $N'$  và 2 mức ở vùng con  $n$ ,  $n'$  bằng cách hấp thụ hay phát xạ một photon có năng lượng  $\hbar\omega$  kèm theo hấp thụ hoặc phát xạ một phonon quang dọc có năng lượng  $\hbar\omega_{LO}$ . Khi không có sự dịch chuyển liên vùng con thì điều kiện cộng hưởng từ-phonon dò tìm bằng quang học trở thành:

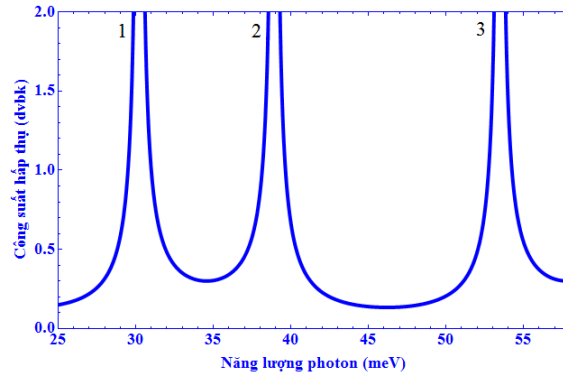
$$(N' - N)\hbar\omega_c = \hbar\omega \pm \hbar\omega_{LO}. \quad (22)$$

Khi không có trường dò và không có sự dịch chuyển liên vùng con thì

$$(N' - N)\hbar\omega_c = \pm\hbar\omega_{LO}. \quad (23)$$

Đây là điều kiện cộng hưởng từ-phonon (MPR) được chỉ ra bởi P. Vasilopoulos và cộng sự [10].

Để tiến hành tính số và vẽ đồ thị đối với công suất hấp thụ tuyến tính  $P(\omega)$  cho giếng lượng tử thể hyperbol, chúng tôi sử dụng các thông số sau [11]: điện tích  $e = 1.6 \times 10^{-19}$  C; khối lượng hiệu dụng của điện tử  $m_e^* = 0.067m_0 = 6.097 \times 10^{-32}$  kg; hằng số Planck  $\hbar = 6.625 \times 10^{-34}/2\pi$  Js; hằng số Boltzmann  $k_B = 1.38066 \times 10^{-23}$  J/K; hằng số điện môi  $\varepsilon_0 = 13.5$ ; độ thấm điện môi cao tần  $\chi_\infty = 10.9$ ; độ thấm điện môi tĩnh  $\chi_0 = 12.9$ ; năng lượng mức Fermi  $E_F = 50$  meV; năng lượng phonon quang dọc  $\hbar\omega_{LO} = 36.25$  meV; biên độ điện trường ngoài  $E_0 = 10^6$  V/m,  $N' - N = 1$ .



Hình 1: Sự phụ thuộc của công suất hấp thụ vào năng lượng photon ứng với  $T=300$  K,  $B=15$  T.

Đồ thị trong hình 1 mô tả sự phụ thuộc của công suất hấp thụ vào năng lượng photon tại nhiệt độ  $T=300$  K, từ trường  $B=15$  T. Từ hình 1 ta thấy đồ thị có 3 đỉnh cộng

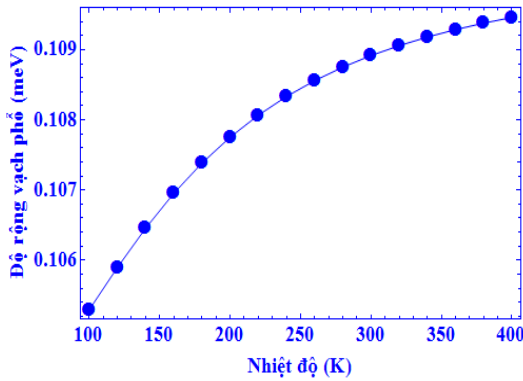
hưởng tương ứng với các điều kiện cộng hưởng sau:

+ Đỉnh 1 ở vị trí  $\hbar\omega = 38.9298$  meV thỏa mãn điều kiện  $\hbar\omega = \hbar\omega_c - (E_{n'} - E_n) + \hbar\omega_{LO}$ , mô tả cộng hưởng từ - phonon dò tìm bằng quang học có sự dịch chuyển liên vùng con.

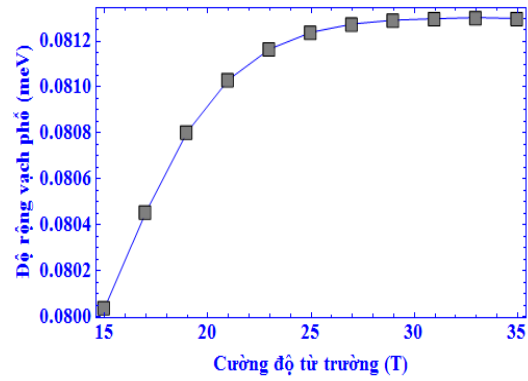
+ Đỉnh 2 ở vị trí  $\hbar\omega = 53.4589$  meV thỏa mãn điều kiện  $\hbar\omega = \hbar\omega_c + \hbar\omega_{LO}$ , mô tả cộng hưởng từ - phonon dò tìm bằng quang học có sự dịch chuyển nội vùng ( $n = n'$ ).

+ Đỉnh 3 ở vị trí  $\hbar\omega = 30.2153$  meV thỏa mãn điều kiện  $\hbar\omega = \hbar\omega_c$ , mô tả cộng hưởng cyclotron.

Để khảo sát sự phụ thuộc của độ rộng vạch phổ theo nhiệt độ và từ trường, ta chọn đỉnh thứ 3 ở vị trí 53.4589 meV ứng với cộng hưởng từ - phonon dò tìm bằng quang học.



Hình 2: Sự phụ thuộc của độ rộng vạch phổ của đỉnh ODMPR vào nhiệt độ.



Hình 3: Sự phụ thuộc của độ rộng vạch phổ của đỉnh ODMPR vào từ trường.

Hình 2 mô tả sự phụ thuộc độ rộng vạch phổ theo nhiệt độ ứng với giá trị của từ trường là 15 T. Từ đồ thị hình 2 ta thấy rằng độ rộng phổ tăng theo nhiệt độ. Điều này được giải thích là vì độ rộng phổ có liên quan mật thiết tới tốc độ hồi phục, chúng phụ thuộc vào tính chất cụ thể của cơ chế tán xạ. Do đó, khi nhiệt độ tăng thì xác suất tán xạ electron - phonon tăng, dẫn đến độ rộng phổ tăng theo nhiệt độ.

Hình 3 mô tả sự phụ thuộc độ rộng vạch phổ theo từ trường ứng với giá trị của nhiệt độ là 200 K. Từ đồ thị ở hình này ta thấy rằng độ rộng vạch phổ của đỉnh ODMPR tăng khi từ trường tăng. Điều này có thể giải thích là khi từ trường tăng thì bán kính cyclotron giảm, do đó sự giam giữ electron tăng lên, xác suất tán xạ electron - phonon quang tăng lên. Vì vậy, độ rộng vạch phổ tăng lên.

#### 4. KẾT LUẬN

Trong bài báo này, chúng tôi đã nghiên cứu công suất hấp thụ trong giếng lượng tử thể hyperbol, khảo sát hiệu ứng ODMPR và độ rộng vạch phổ của đỉnh cộng hưởng này. Kết quả tính số và vẽ đồ thị cho thấy dưới tác dụng của trường ngoài, quá trình tương tác của electron - phonon gây ra sự chuyển mức năng lượng của electron thỏa

mãn định luật bảo toàn năng lượng. Từ đồ thị mô tả sự phụ thuộc của công suất hấp thụ vào năng lượng photon khi thay đổi giá trị của cường độ từ trường và nhiệt độ chúng tôi thu được đồ thị mô tả sự phụ thuộc độ rộng vạch phổ của đỉnh ODMPR vào cường độ từ trường và nhiệt độ. Đồ thị cho thấy độ rộng phổ tăng khi từ trường và nhiệt độ tăng.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] V. L. Gurevich and Yu A. Firsov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 40, 198 (1961), Sov. Phys. JETP **13**, 137.
- [2] S. M. Puri and T. H. Geballe (1963), Bulletin of the American Physical Society **8**, 309.
- [3] G.Q. Hai and F.M. Peeters (1999), Phys. Rev. B **60**, 16513 .
- [4] Sang Chil Lee, Jai Yon Ryu, Suck Whan Kim, and C. S. Ting (2000), Phys. Rev. B. **62**, 5045.
- [5] Sang Chil Lee, Hyung Soo Ahn, Dong Shik Kang, Seong Oh Lee, and Suck Whan Kim (2003), Phys. Rev. B. **67**, 115342.
- [6] Sang Chil Lee (2007), J. Korean Phys. Soc. **51**, 1979.
- [7] V.V. Afonin and V.L. Gurevich (2000), Phys. Rev. B. **62**, 15913.
- [8] D. Schioberg (1986), Mol. Phys. **59**, 1123.
- [9] Shi-Hai Dong, A. Gonzalez-Cisneros (2008), Annals of Physics **323**, 1141.
- [10] P. Vasilopoulos, P. Warmenbol, F. M. Peeters and J. T. Devreese (1989), Phys. Rev. **40**, 1810.
- [11] S. Adachi (1985), J. Appl. Phys. **58**, R1.

**Title:** MAGNETOPHONON RESONANCE IN QUANTUM WELLS WITH HYPERBOLIC POTENTIALS

**Abstract:** Effect of magnetophonon resonance and optically detected magnetophonon resonance in quantum wells with hyperbolic potentials is considered using the isolation operator projection technique. The dependence of absorption power on the photon energy is numerically calculated and graphically plotted. From curves on graphs of the absorption power as a function of photon energy, we obtained resonant peak line-widths as profiles of curves. Computational and plotted results show that the resonant peaks occurred on the curves satisfy the law of energy conservation and the line-widths changes with magnetic field and temperature.

**Keywords:** magnetophonon resonance, quantum wells, hyperbolic potentials.